

9

関数 $y=ax^2$ とグラフ

◆関数 $y=ax^2$

y が x の関数で、 $y=ax^2$ と表されるとき、 y は x の 2 乗に比例するという。このとき a を比例定数という。

例題 1

y が x の 2 乗に比例していて、 $x=2$ のとき $y=20$ です。 x 、 y の関係を式に表しなさい。

解き方

$y=ax^2$ に $x=2$ 、 $y=20$ を代入すると、

$$20=a \times \square \quad 4a=20 \quad a=\square$$

よって $y=\square$

やってみよう

y が x の 2 乗に比例していて、 $x=2$ のとき $y=32$ です。 x 、 y の関係を式に表しなさい。

例題 2

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において、 $x=4$ のとき y の値を求めなさい。

解き方

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入すると

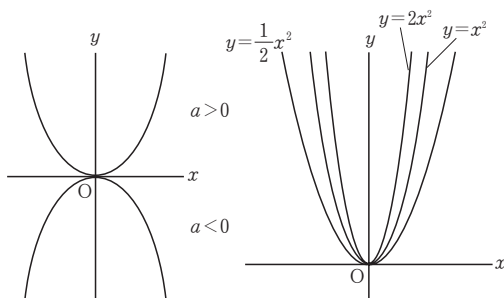
$$y=\frac{1}{2} \times \square^2 \quad y=\square$$

やってみよう

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において、 $y=18$ のとき x の値を求めなさい。

◆関数 $y=ax^2$ のグラフ

- $y=ax^2$ のグラフは放物線で、その軸は y 軸、頂点は原点である。
- $a>0$ のとき、グラフは上に開いている。
- $a<0$ のとき、グラフは下に開いている。
- a の絶対値が大きいほどグラフの開きが小さく絶対値が小さいほどグラフの開きが大きくなる。



例題 3

$y=ax^2$ のグラフは点 $(2, -8)$ を通ります。 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

解き方

$y=ax^2$ に $x=2$ 、 $y=-8$ を代入すると

$$-8=a \times \square^2 \\ 4a=-8 \quad a=\square$$

よって $y=-2x^2$ となる。この式に $x=3$ を代入して、
 $y=-2 \times \square^2$
 $=\square$

やってみよう

$y=ax^2$ のグラフは点 $(4, 48)$ を通ります。 $x=\frac{1}{3}$ のときの y の値を求めなさい。

基本問題

わからないときは➡の例題にもどろう

1 y が x の 2 乗に比例していて、 $x=4$ のとき、 $y=48$ です。次の問いに答えなさい。 ➡例 1

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=\frac{1}{4}$ のとき、 y の値を求めなさい。

2 y が x の 2 乗に比例していて、 $x=2$ のとき、 $y=3$ です。次の問いに答えなさい。 ➡例 2

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=8$ のとき、 y の値を求めなさい。

3 $y=ax^2$ のグラフは点(2, 12)を通ります。 $x=-3$ のときの y の値を求めなさい。 ➡例 3

4 右の図で㉔は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフです。㉑～㉕は次の(1)

～(4)のどのグラフになりますか。(1)～(4)に適するグラフを

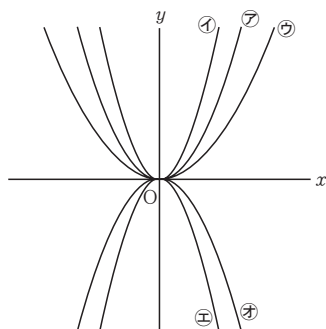
㉑～㉕から選びなさい。 ➡例 4

(1) $y=x^2$

(2) $y=-x^2$

(3) $y=\frac{1}{4}x^2$

(4) $y=-\frac{1}{2}x^2$



5 $y=\frac{2}{3}x^2$ について、 x の変域が次のとき、 y の変域をそれぞれ求めなさい。 ➡例 5

(1) $-6 \leq x \leq -3$

(2) $-3 \leq x \leq 6$

(3) $3 \leq x \leq 6$

6 次の問いに答えなさい。 ➡例 6

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=-2x^2$ について、 x が -2 から 4 まで変化するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ で x が -5 から 2 まで増加したとき、変化の割合は 2 でした。このとき a の値を求めなさい。